

**NEERAJ®**

# गणित

## (Mathematics)

**N-311**

**Chapter wise Reference Book  
Including Many Solved Sample Papers**

*Based on*

**N.I.O.S. Class – XII**  
National Institute of Open Schooling

*By : Prieti Gupta, M.Sc.*



**NEERAJ  
PUBLICATIONS**

*(Publishers of Educational Books)*

---

Mob.: 8510009872, 8510009878 E-mail: [info@neerajbooks.com](mailto:info@neerajbooks.com)

Website: [www.neerajbooks.com](http://www.neerajbooks.com)

---

**MRP ₹ 650/-**

# CONTENTS

## गणित ( Mathematics )

**Based on: NATIONAL INSTITUTE OF OPEN SCHOOLING - XII**

Solved Sample Paper - 1 .....	1-9
Solved Sample Paper - 2 .....	1-10
Solved Sample Paper - 3 .....	1-10
Solved Sample Paper - 4 .....	1-10

<i>S.No.</i>	<i>Chapters</i>	<i>Page</i>
<b>मॉड्यूल - I: समुच्चय, संबंध एवं फलन ( Sets, Relations and Functions )</b>		
1.	समुच्चय ( Sets )	1
2.	संबंध एवं फलन-I ( Relations and Functions-I )	8
3.	त्रिकोणमितीय फलन-I ( Trigonometric Functions-I )	24
4.	त्रिकोणमितीय फलन-II ( Trigonometric Functions-II )	41
5.	त्रिभुज की भुजाओं तथा कोणों में सम्बन्ध ( Relations between Sides and Angles of a Triangle )	67
<b>मॉड्यूल - II: अनुक्रम एवं श्रेणियां ( Sequences and Series )</b>		
6.	अनुक्रम एवं श्रेणियां ( Sequences and Series )	76
7.	कुछ विशेष श्रेणियां ( Some Special Sequences )	90

<i>S.No.</i>	<i>Chapter</i>	<i>Page</i>
<b>मॉड्यूल - III: बीजगणित-I</b> <b>( Algebra-I )</b>		
8.	सम्मिश्र संख्याएँ ( Complex Numbers )	96
9.	द्विघातीय समीकरण एवं रैखिक असमिकाएँ ( Quadratic Equations and Linear Inequalities )	108
10.	गणितीय आगमन का सिद्धान्त ( Principle of Mathematical Induction )	124
11.	क्रमचय एवं संचय ( Permutations and Combinations )	135
12.	द्विपद प्रमेय ( Principle of Mathematical Induction )	144
<b>मॉड्यूल - IV: निर्देशांक ज्यामिति</b> <b>( Co-ordinate Geometry )</b>		
13.	निर्देशांकों की कार्तीय प्रणाली ( Cartesian System of Rectangular Co-ordinates )	153
14.	सरल रेखाएँ ( Straight Lines )	169
15.	वृत्त ( Circles )	183
16.	शंकु परिच्छेद ( Conic Sections )	185
<b>मॉड्यूल - V: सांख्यिकी एवं प्रायिकता</b> <b>( Statistics and Probability )</b>		
17.	प्रकीर्णन के मापक ( Measures of Dispersion )	191
18.	यादृच्छिक प्रयोग तथा घटनाएँ ( Random Experiments and Events )	213
19.	प्रायिकता ( Probability )	215

<i>S.No.</i>	<i>Chapter</i>	<i>Page</i>
<b>मॉड्यूल - VI: बीजगणित-II ( Algebra-II )</b>		
20.	आव्यूह ( Matrices )	238
21.	सारणिक तथा इसके अनुप्रयोग ( Determinants and its Applications )	261
22.	आव्यूह का प्रतिलोम तथा इसके अनुप्रयोग ( Inverse of a Matrix and its Applications )	272
<b>मॉड्यूल - VII: संबंध एवं फलन ( Relations and Functions )</b>		
23.	सम्बन्ध एवं फलन-II ( Relations and Functions-II )	300
24.	प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन ( Inverse Trigonometric Functions )	311
<b>मॉड्यूल - VIII: कलन (Calculus)</b>		
25.	सीमा तथा सांतत्य ( Limits and Continuity )	321
26.	अवकलन ( Differentiation )	344
27.	त्रिकोणमितीय फलनों का अवकलन ( Differentiation of Trigonometric Functions )	359
28.	चरघातांकी तथा लघुगणकीय फलनों का अवकलन ( Differentiation of Exponential and Logarithmic Functions )	373
29.	अवकलन के अनुप्रयोग ( Applications of Derivatives )	392
30.	समाकलन ( Integration )	429
31.	निश्चित समाकलन ( Definite Integrals )	458
32.	अवकलन समीकरण ( Differential Equations )	477

<i>S.No.</i>	<i>Chapter</i>	<i>Page</i>
<b>मॉड्यूल - IX: सदिश एवं त्रिविमीय ज्यामिति ( Vectors and Three Dimensional Geometry )</b>		
33.	त्रिविमीय ज्यामिति का परिचय ( Introduction to Three-Dimensional Geometry )	492
34.	सदिश ( Vectors )	497
35.	समतल ( Plane )	509
36.	सरल रेखा ( Straight Line )	515
<b>मॉड्यूल - X: रैखिक प्रोग्रामन एवं गणितीय विवेचन ( Linear Programming and Mathematical Reasoning )</b>		
37.	रैखिक प्रोग्रामन ( Linear Progamming )	523
38.	गणितीय विवेचन ( Mathematical Reasoning )	531
		■ ■

**Sample Preview  
of the  
Solved  
Sample Question  
Papers**

*Published by:*



**NEERAJ  
PUBLICATIONS**

[www.neerajbooks.com](http://www.neerajbooks.com)

# Solved Sample Paper - 1

Based on NIOS (National Institute of Open Schooling)

## गणित - XII

Time : 3 Hours ]

[ Maximum Marks : 100

- Note :** (i) इस प्रश्न में कुल 33 प्रश्न हैं, जो चार खण्डों अ, ब, स तथा द में विभाजित हैं।  
(ii) खण्ड-अ में प्रश्न संख्या 1 से 10 तक तथा बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए 1 अंक निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के रूप में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं जिन में से कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी पुस्तिका में (A), (B), (C) तथा (D) में जो सही हो उत्तर के रूप में लिखना है। बहुविकल्पीय प्रश्न हल करने के लिए अलग से समय नहीं दिया गया है।  
(iii) खण्ड - ब में प्रश्न संख्या 11 से 16 तक अति लघुउत्तरीय प्रश्न है तथा प्रत्येक के 2 अंक निर्धारित हैं।  
(iv) खण्ड - स में प्रश्न संख्या 17 से 28 तक उत्तरीय प्रश्न है तथा प्रत्येक के 4 अंक निर्धारित हैं।  
(v) खण्ड - द में प्रश्न संख्या 29 से 33 तक दीर्घ-उत्तरीय प्रश्न है तथा प्रत्येक के 6 अंक निर्धारित हैं।  
(vi) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। पूर्ण प्रश्न-पत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करता है।

खण्ड-अ  
 प्रश्न 1. आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  एक

- (a) अदिश आव्यूह है (b) विकर्ण आव्यूह है  
(c) इकाई आव्यूह है (d) वर्ग आव्यूह है

उत्तर-(a) अदिश आव्यूह है।

प्रश्न 2. यदि  $A = \{a, b\}$ , तो A पर परिभाषित द्वि-आधारी संक्रियाओं की संख्या है-

- (a) 16 (b) 4  
(c) 2 (d) 1

उत्तर-(a) 16.

प्रश्न 3.  $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$  का मुख्य मान है-

- (a)  $-\frac{\pi}{6}$  (b)  $-\frac{\pi}{3}$   
(c)  $\frac{5\pi}{6}$  (d)  $\frac{2\pi}{3}$

उत्तर-(d)  $\frac{2\pi}{3}$ .

प्रश्न 4. अवकल समीकरण  $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 - \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 - \sin^2 x = 0$  की घात है-

- (a) 3 (b) 2  
(c) 1 (d) अपरिभाषित  
उत्तर-(b) 2.

प्रश्न 5.  $\int e^x (\sin x + \cos x) dx$  बराबर है-

- (a)  $e^x \cos x + c$  (b)  $-e^x \cos x + c$   
(c)  $e^x \sin x + c$  (d)  $-e^x \sin x + c$

उत्तर-(c)  $e^x \sin x + c$ .

प्रश्न 6.  $\int \tan x dx$  बराबर है-

- (a)  $\sec^2 x + c$  (b)  $\sec x \tan x + c$   
(c)  $\log |\sec x| + c$  (d)  $\log |\cos x| + c$

उत्तर-(c)  $\log |\sec x| + c$ .

प्रश्न 7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}$  बराबर है-

- (a) 1 (b)  $\frac{1}{5}$   
(c) 5 (d) 0

उत्तर-(c) 5.

प्रश्न 8. x के सापेक्ष  $\sec(\tan^{-1} x)$  का अवकल गुणांक है-

- (a)  $\frac{x}{1+x^2}$

(b)  $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

(c)  $x\sqrt{1+x^2}$

(d)  $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

उत्तर-(c)  $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

प्रश्न 9. सदिशों  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j}$  और  $\vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$  के बीच का कोण है-

(a)  $-\frac{\pi}{3}$

(b)  $\frac{\pi}{3}$

(c)  $\frac{2\pi}{3}$

(d)  $\frac{\pi}{6}$

Ans. (b)  $\frac{\pi}{3}$

प्रश्न 10. निम्नलिखित वाक्यों में से कौन-सा एक कथन नहीं है?

(a) सूर्य एक तारा है।

(b) लाहौर भारत में है।

(c) प्रत्येक आयत एक वर्ग है।

(d) गणित एक कौतुक है।

उत्तर-(d) गणित एक कौतुक है।

खण्ड-ब

प्रश्न 11. यदि  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  और  $B = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ , को  $3A - B$

ज्ञात कीजिए।

हल-  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  और  $B = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 3A - B &= 3 \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2 \times 3 & 4 \times 3 \\ 3 \times 3 & 2 \times 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 6 & 12 \\ 9 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 6 - (-2) & 12 - 5 \\ 9 - 3 & 6 - 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

अथवा

यदि  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} + A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 6 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ , को आव्यूह A

ज्ञात कीजिए।

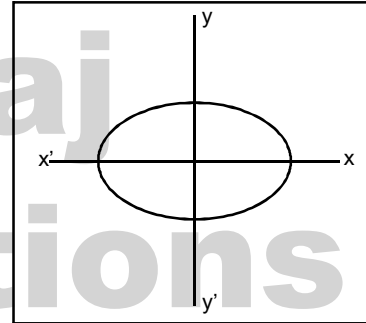
हल-  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} + A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 6 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 6 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

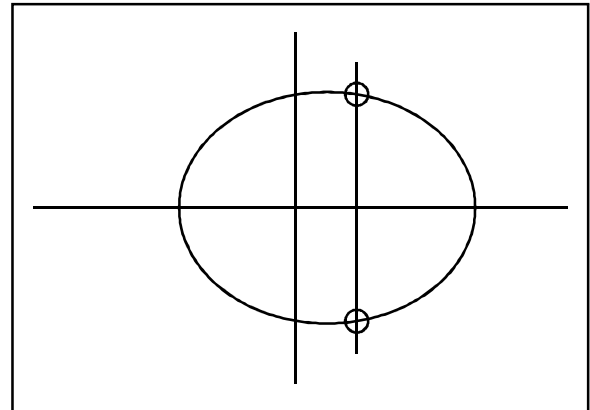
$= \begin{bmatrix} 3-1 & 5-2 & 6-(-3) \\ -1-0 & 0-4 & 3-1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2 & 3 & 9 \\ -1 & -4 & 2 \end{bmatrix}$  उत्तर

प्रश्न 12. क्या नीचे दिया हुआ आरेख एक फलन को निरूपित करता है? अपने उत्तर के समर्थन में तर्क प्रस्तुत कीजिए।



उत्तर-गणित में जब कोई राशि मा मान एक या एकाधिक राशियों के मान पर निर्भर करता है, तो इस संकल्पना को फलन के रूप में व्यक्त किया जाता है। चर राशियों के एक दिए गए मान (इन्पुट) के लिए फलन का एक और केवल एक मान (आउटपुट) होता है। इस आरेख में खड़ी रेखा खींचने पर दो मान प्राप्त होते हैं। अतः यह आरेख फलन को निरूपित नहीं करता।





# Sample Preview of The Chapter

*Published by:*



**NEERAJ  
PUBLICATIONS**

[www.neerajbooks.com](http://www.neerajbooks.com)

# गणित ( MATHEMATICS )

## मॉड्यूल - I: समुच्चय, संबंध एवं फलन ( Sets, Relations and Functions )

### समुच्चय ( Sets )



#### देखें आपने कितना सीखा 1.1

प्रश्न 1. निम्नलिखित में कौन-से समूह समुच्चय हैं?

- (i) S अक्षर से प्रारंभ होने वाले सप्ताह के दिनों का समूह।  
 (ii) 50 तक की प्राकृत संख्याओं का समूह।  
 (iii) तुलसीदास द्वारा लिखित कविताओं का समूह।  
 (iv) आपके विद्यालय में मोटे विद्यार्थियों का समूह।

हल—

- (i) यह समुच्चय है।  
 (ii) यह समुच्चय है।  
 (iii) यह समुच्चय है।  
 (iv) मोटा होने की कोई परिभाषा नहीं है।  
 $\therefore$  यह समुच्चय नहीं है।

प्रश्न 2. उपयुक्त प्रतीक को रिक्त स्थान में भरिए यदि

$$A = \{1, 2, 3\}$$

- (i) 1 ..... A                      (ii) 4 ..... A

हल—(i)  $\in$

(ii)  $\notin$

प्रश्न 3. निम्नलिखित समुच्चयों में से प्रत्येक को रोस्टर रूप में लिखिए—

- (i)  $A = \{x : x \in Z \text{ और } -5 \leq x \leq 10\}$   
 (ii)  $B = \{x \in R \text{ तथा } x : x^2 - 1 = 0\}$   
 (iii)  $C = \{x : x \text{ शब्द banana का एक अक्षर है}\}$   
 (iv)  $D = \{x : x \text{ एक अभाज्य संख्या है तथा 60 की पूर्णतः भाजक है}\}$

हल—(i)  $A = \{x : x \in Z \text{ और } -5 \leq x \leq 10\}$

$$= \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

(ii)  $B = \{x \in R \text{ तथा } x : x^2 - 1 = 0\}$   
 $= \{1, -1\}$

(iii)  $C = \{x : x \text{ शब्द banana का एक अक्षर है}\}$   
 $= \{b, a, n\}$

(iv)  $D = \{x : x \text{ अभाज्य संख्या है तथा 60 की पूर्णतः भाजक है}\}$   
 $= \{2, 3, 5\}$

प्रश्न 4. निम्नलिखित समुच्चयों को समुच्चय निर्माण रूप में व्यक्त कीजिए—

(i)  $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$                       (ii)  $B = \{3, 6, 9, \dots, \infty\}$

(iii)  $C = \{2, 3, 5, 7\}$                       (iv)  $D = \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

क्या उपर्युक्त A तथा B असंयुक्त समुच्चय हैं?

हल—(i)  $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$   
 $= \{x : x = 2y, y \in N, y \leq 5\}$

(ii)  $B = \{3, 6, 9, \dots, \infty\}$   
 $= \{x : x = 3y, y \in N\}$

(iii)  $C = \{2, 3, 5, 7\}$   
 $= \{x : x \text{ एक अभाज्य संख्या है तथा } x \leq 7\}$

(iv)  $D = \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$   
 $= \{x : x \text{ समीकरण } x^2 - 2 = 0 \text{ का हल है तथा } x \in R\}$

प्रश्न 5. निम्नलिखित समुच्चयों में से कौन-से परिमित तथा कौन-से अपरिमित हैं?

- (i) किसी दी हुई रेखा के समान्तर रेखाओं का समुच्चय  
 (ii) पृथ्वी पर रहने वाले जानवरों का समुच्चय  
 (iii) 50 से कम अथवा उसके बराबर प्राकृत संख्याओं का समुच्चय

2 / NEERAJ : गणित (N.I.O.S.-XII)

(iv) किसी वृत्त पर स्थित बिंदुओं का समुच्चय

हल—(i) अपरिमित

(ii) परिमित

(iii) परिमित

(iv) अपरिमित

प्रश्न 6. निम्नलिखित में से कौन-कौन रिक्त या एकल समुच्चय है?

(i)  $A = \{x : x \text{ समीकरण } x^2 + 2 = 0 \text{ का एक हल है और } x \in \mathbb{R}\}$

(ii)  $B = \{x : x \text{ समीकरण } x - 3 = 0 \text{ का एक हल है और } x \in \mathbb{Z}\}$

(iii)  $C = \{x : x \text{ समीकरण } x^2 - 2 = 0 \text{ का एक हल है और } x \in \mathbb{Z}\}$

(iv)  $D = \{x : x \text{ आपके विद्यालय की दोनों कक्षाओं XI और XII में अध्ययनरत विद्यार्थी हैं}\}$

हल— (i) रिक्त

(ii) एकल

(iii) रिक्त

(iv) रिक्त

प्रश्न 7. निम्नलिखित में जाँच कीजिए कि  $A = B$  है या  $A \approx B$  है।

(i)  $A = \{a\}$ ,  $B = \{x : x \text{ एक सम अभाज्य संख्या है}\}$

(ii)  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{x : x \text{ शब्द guava का एक अक्षर है}\}$

(iii)  $A = \{x : x \text{ समीकरण } x^2 - 5x + 6 = 0 \text{ का हल है}\}$   
 $B = \{2, 3\}$

हल—(i)  $A = \{a\}$ ,  $B = \{x : x \text{ एक सम अभाज्य संख्या है}\}$   
 $B = \{2\}$

$\therefore A \approx B$

(ii)  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{x : x \text{ शब्द guava का एक अक्षर है}\}$   
 $= \{g, u, a, v\}$

$\therefore A \approx B$

(iii)  $A = \{x : x \text{ समीकरण } x^2 - 5x + 6 = 0 \text{ का हल है}\}$

$= \{x : (x - 3)(x - 2) = 0\}$

$A = \{2, 3\}$  तथा  $B = \{2, 3\}$

$\therefore A = B$

### देखें आपने कितना सीखा 1.2

प्रश्न 1. रिक्त स्थानों में उपयुक्त प्रतीक लिखिए। दिया है कि

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

(i)  $\phi$  ..... A      (ii)  $\{2, 3, 9\}$  ..... A

(iii) 3 ..... A      (iv) 10 ..... A

हल—(i)  $\phi \subset A$

(ii)  $\{2, 3, 9\} \not\subset A$

(iii)  $3 \in A$

(iv)  $10 \notin A$

प्रश्न 2. दिया है  $A = \{a, b\}$ ,  $P(A)$  में कितने अवयव हैं?

हल— $A = \{a, b\}$

$\therefore P(A) = \{\phi, (a), (b), (a, b)\}$

$\therefore P(A)$  में 4 अवयव हैं।

प्रश्न 3. मान लीजिए कि  $A = \{\phi, (1), (2), (1, 2)\}$

निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सत्य है तथा कौन-सा कथन असत्य है?

(i)  $\{1, 2\} \subset A$       (ii)  $\phi \in A$

हल—(i)  $\{1, 2\} \subset A$  असत्य है तथा

(ii)  $\phi \in A$  सत्य है।

प्रश्न 4. निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सत्य तथा कौन-सा कथन असत्य है?

(i) सभी बालकों का समुच्चय, आपके विद्यालय के सभी विद्यार्थियों के समुच्चय में निहित है।

(ii) आपके विद्यालय के सभी बाल छात्रों का समुच्चय, आपके विद्यालय के सभी विद्यार्थियों के समुच्चय में सम्मिलित है।

(iii) सभी आयतों का समुच्चय, सभी चतुर्भुजों के समुच्चय में निहित है।

(iv) उन सभी वृत्तों का समुच्चय जिनके केन्द्र मूल बिन्दु पर है, उन सभी दीर्घ वृत्तों के समुच्चयों में निहित है, जिनके केन्द्र भी मूल बिन्दु पर हैं।

हल— (i) असत्य

(ii) सत्य

(iii) सत्य

(iv) असत्य

प्रश्न 5. यदि  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{5, 6, 7\}$ , तो ज्ञात कीजिए—

(i)  $A - B$       (ii)  $B - A$

हल—(i)  $A - B = \{1, 2, 3, 4\}$

(ii)  $B - A = \{6, 7\}$

प्रश्न 6. मान लीजिए  $N$  समष्टीय समुच्चय है और  $A, B, C, D$  इसके उपसमुच्चय हैं, जहाँ—

$A = \{x : x \text{ सम प्राकृत संख्या है}\}$

$B = \{x : x \in N \text{ और } x, 3 \text{ का एक गुणज है}\}$

$C = \{x : x \in N \text{ और } x \geq 5\}$

$D = \{x : x \in N \text{ और } x \leq 10\}$

$A, B, C, D$  के पूरक ज्ञात कीजिए।

हल— $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$

$B = \{3, 6, 9, \dots\}$

$C = \{5, 6, 7, 8, \dots\}$

$D = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$

$U = N = \{1, 2, 3, \dots\}$

$\therefore A' = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$

$= \{x : x \text{ एक विषम प्राकृत संख्या है}\}$

$$B' = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, \dots\}$$

$$= \{x : x \in \mathbb{N}, x, 3 \text{ से विभाजित नहीं है}\}$$

$$C' = \{1, 2, 3, 4\} = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ तथा } x \leq 4\}$$

$$D' = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ तथा } x \geq 11\} \{11, 12, 13, 14, \dots\}$$

प्रश्न 7. निम्नलिखित समुच्चयों को अन्तराल रूप में लिखिए— (a)  $\{x \in \mathbb{R} : -8 < x < 3\}$ ;

(b)  $\{x \in \mathbb{R} : 3 \leq 2x < 7\}$

हल—(a) दिया है—  $8 < x < 3$ , जबकि  $x \in \mathbb{R}$   
अन्तराल रूप में समुच्चय है  $(-8, 3)$

(b) दिया है—  $3 \leq 2x < 7$ , जबकि  $x \in \mathbb{R}$

$$\frac{3}{2} \leq x < \frac{7}{2}$$

अतः अन्तराल में समुच्चय होगा  $\left[\frac{3}{2}, \frac{7}{2}\right)$

Q. 8. मान लीजिए  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  
 $A = \{1, 2, 3, 4\}$  तथा  $B = \{2, 4, 6, 8\}$ , तब निम्नांकित का सत्यापन कीजिए—

(i)  $(A')' = A$

(ii)  $(B')' = B$

(iii)  $A \cap A' = \phi$

(iv)  $(A \cup B)' = A' \cap B'$

हल—(i)  $A' = U - A = \{5, 6, 7, 8, 9\}$   
 $\Rightarrow (A')' = U - A' = \{1, 2, 3, 4\}$   
 $= A$

अतः  $(A')' = A$   
(ii)  $B' = U - B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$   
 $(B')' = U - B' = \{2, 4, 6, 8\}$   
 $= B$

अतः  $(B')' = B$   
(iii)  $A = \{1, 2, 3, 4\}$   
 $A' = \{5, 6, 7, 8, 9\}$   
 $A \cap A' = \phi$

क्योंकि A का कोई भी अवयव A' का अवयव नहीं है।

(iv)  $A = \{1, 2, 3, 4\}$   
 $B = \{2, 4, 6, 8\}$   
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$   
 $(A \cup B)' = U - (A \cup B)$   
 $= \{5, 7, 9\}$   
 $A' = \{5, 6, 7, 8, 9\}$   
 $B' = \{1, 3, 5, 7, 9\}$   
 $A' \cap B' = \{5, 7, 9\}$

अतः  $(A \cup B)' = A' \cap B'$

### देखें आपने कितना सीखा 1.3

प्रश्न 1. निम्नलिखित समुच्चय युग्मों में से कौन-से युग्म असंयुक्त हैं और कौन-से नहीं?

- (i)  $\{x : x \text{ एक सम प्राकृत संख्या है}\}$   
 $\{y : y \text{ एक विषम प्राकृत संख्या है}\}$

(ii)  $\{x : x \text{ एक अभाज्य संख्या है और } 12 \text{ की भाजक है}\}$ ,  $\{y : y \in \mathbb{N} \text{ और } 3 \leq y \leq 5\}$

(iii)  $\{x : x \text{ ताश के } 52 \text{ पत्तों में बादशाह है}\}$   
 $\{y : y \text{ ताश के } 52 \text{ पत्तों में एक ईंट का पत्ता है}\}$

(iv)  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $\{a, e, i, o, u\}$

हल—(i)  $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$

$B = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$

$\therefore A \cap B = \phi$

$\therefore A, B$  असंयुक्त हैं।

(ii)  $A = \{2, 3\}$

$B = \{3, 4, 5\}$

$\therefore A \cap B = \{3\} \neq \phi$

$\therefore A, B$  असंयुक्त नहीं हैं।

(iii)  $A = \{x : x \text{ ताश के } 52 \text{ पत्तों में बादशाह है}\}$

$B = \{y : y \text{ ताश के पत्तों में एक ईंट का पत्ता है}\}$

$\therefore A \cap B = \{\text{ईंट का बादशाह}\} \neq \phi$

$\therefore A, B$  असंयुक्त नहीं हैं।

(iv)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B = \{a, e, i, o, u\}$

$\therefore A \cap B = \phi$

$\therefore A, B$  असंयुक्त हैं।

प्रश्न 2. निम्नलिखित में से प्रत्येक के लिए A तथा B का सर्वनिष्ठ ज्ञात कीजिए—

(i)  $A = \{x : x \in \mathbb{Z}\}$ ,  $B = \{x : x \in \mathbb{N}\}$

(ii)  $A = \{\text{राम, रहीम, गोविन्द, गौतम}\}$

$B = \{\text{सीता, मीरा, फातिमा, मनप्रीत}\}$

हल—(i)  $A = \{x : x \in \mathbb{Z}\}$ ,  $B = \{x : x \in \mathbb{N}\}$

$\therefore A \cap B = \{x : x \in \mathbb{N}\} = B$

(ii)  $A = \{\text{राम, रहीम, गोविन्द, गौतम}\}$

$B = \{\text{सीता, मीरा, फातिमा, मनप्रीत}\}$

$\therefore A \cap B = \phi$

प्रश्न 3. दिया है कि  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  
 $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

ज्ञात कीजिए— (i)  $A \cup B$  (ii)  $A \cap B$

हल—(i)  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

(ii)  $A \cap B = \{5\}$

प्रश्न 4. यदि  $A = \{x : x \in \mathbb{N}\}$ ,  $B = \{y : y \in \mathbb{Z} \text{ और } -10 \leq y \leq 0\}$  हो, तो  $A \cup B$  ज्ञात कीजिए और अपने उत्तर को रोस्टर रूप में तथा समुच्चय निर्माण रूप में लिखिए।

हल— $A \cup B = \{x : x \in \mathbb{N}\} \cup \{y : y \in \mathbb{Z} \text{ और } -10 \leq y \leq 0\}$   
 $= \{-10, -9, -8, \dots, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

प्रश्न 5. (i) यदि  $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ,  $B = \{8, 10, 12, 14\}$  तथा  $C = \{14, 16, 18, 20\}$  हो, तो ज्ञात कीजिए—

(i)  $A \cup (B \cap C)$  (ii)  $A \cap (B \cap C)$

हल—(i)  $A \cup (B \cap C)$

$= A \cup \{8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

$= \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

(ii)  $A \cap (B \cap C) = A \cap \{14\} = \phi$

प्रश्न 6. मान लीजिए कि  $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ ,

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$  ज्ञात कीजिए—

4 / NEERAJ : गणित (N.I.O.S.-XII)

(i)  $(A \cup B)'$  (ii)  $(A \cap B)'$  (iii)  $(B')'$  (iv)  $(B-A)'$

हल-(i)  $(A \cup B)' = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 10\}'$   
 $= U' = \phi$

(ii)  $(A \cap B)' = \{10\}'$   
 $= \{1, 2, 3, \dots, 9\}$

(iii)  $B' = \{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$   
 $B' = \{2, 4, 6, 8\}$

$\therefore (B')' = \{1, 3, 7, 9, 10\}$

(iv)  $B-A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$\therefore (B-A)' = \{2, 4, 6, 8, 10\} = A$

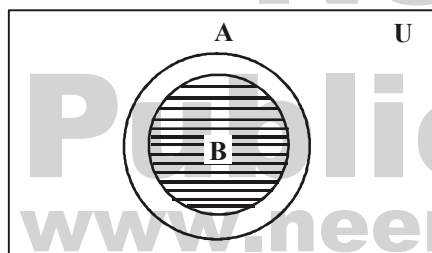
प्रश्न 7. निम्नलिखित में प्रत्येक को वेन आरेख द्वारा प्रदर्शित कीजिए-

(i)  $A \cap B$ , जब  $B \subset A$

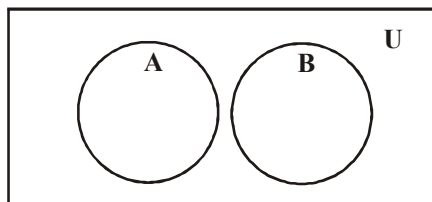
(ii)  $A \cap B$ , जब  $A$  और  $B$  असंयुक्त समुच्चय हों।

(iii)  $A \cap B$ , जब  $A$  और  $B$  न तो एक-दूसरे के उपसमुच्चय हों और न ही असंयुक्त समुच्चय हों।

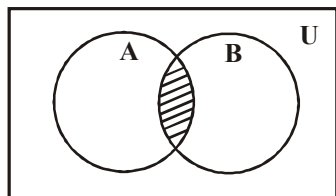
हल-(i)  $A \cap B$ , जबकि  $B \subset A$



(ii)  $A \cap B$ , जब  $A, B$  असंयुक्त हैं।



(iii)  $A \cap B$ , जब  $A \not\subset B$  तथा  $B \not\subset A$  तथा  $A, B$  असंयुक्त नहीं हैं।



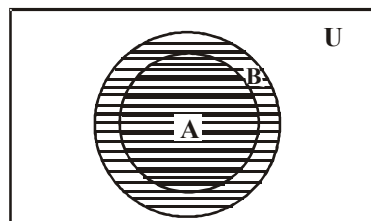
प्रश्न 8. निम्नलिखित में प्रत्येक के लिए वेन आरेख खींचिए-

(i)  $A \cup B$ , जब  $A \subset B$

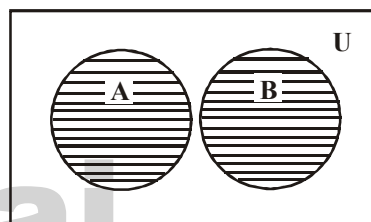
(ii)  $A \cup B$ , जबकि  $A$  और  $B$  असंयुक्त समुच्चय हैं।

(iii)  $A \cup B$ , जबकि  $A$  और  $B$  न तो एक-दूसरे के उपसमुच्चय हैं और न ही असंयुक्त समुच्चय।

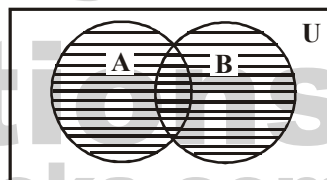
हल-(i)  $A \cup B$ , जब  $A \subset B$



(ii)  $A \cup B$ , जब  $A, B$  असंयुक्त हैं।



(iii)  $A \cup B$ , जबकि  $A \not\subset B, B \not\subset A$  तथा  $A, B$  असंयुक्त नहीं हैं।



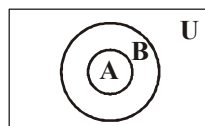
प्रश्न 9. निम्नलिखित में प्रत्येक के लिए वेन आरेख खींचिए-

(i)  $A - B$  और  $B - A$ , जबकि  $A \subset B$

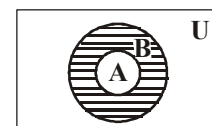
(ii)  $A - B$  और  $B - A$ , जबकि  $A$  और  $B$  असंयुक्त समुच्चय हैं।

(iii)  $A - B$  और  $B - A$ , जबकि  $A$  और  $B$  न तो एक-दूसरे के उपसमुच्चय हैं और न ही असंयुक्त समुच्चय।

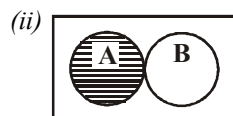
हल-(i)



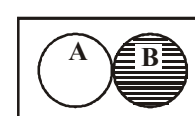
$A - B = \phi$



$B - A =$  छायांकित भाग



$A - B = A$



$B - A = B$